

# Classical shadows crash course

João Pedro Engster

Programa de Pós-Graduação em Física  
Hackathon - VII WCQ

29/10/2024



# Introdução

- Como extrair informação de sistemas quânticos?

# Introdução

- Como extrair informação de sistemas quânticos?
- Tomografia de estados: número de medições necessárias para reconstruir o operador densidade cresce exponencialmente com o número de qubits

# Introdução

- Como extrair informação de sistemas quânticos?
- Tomografia de estados: número de medições necessárias para reconstruir o operador densidade cresce exponencialmente com o número de qubits
- Medidas aleatórias surgem como alternativa

# Introdução

- Como extrair informação de sistemas quânticos?
- Tomografia de estados: número de medições necessárias para reconstruir o operador densidade cresce exponencialmente com o número de qubits
- Medidas aleatórias surgem como alternativa
- As propriedades a serem investigadas não precisam ser previamente conhecidas quando da realização das medidas

**“Measure first,  
ask questions later.”**

..

# Classical shadows crash course

**nature physics**

Article | Published: 22 June 2020

## **Predicting many properties of a quantum system from very few measurements**

[Hsin-Yuan Huang](#) , [Richard Kueng](#) & [John Preskill](#)

[Nature Physics](#) **16**, 1050–1057 (2020) | [Cite this article](#)

**31k** Accesses | **422** Citations | **108** Altmetric | [Metrics](#)

# Classical shadows crash course

**nature reviews** physics

Review Article | Published: 02 December 2022

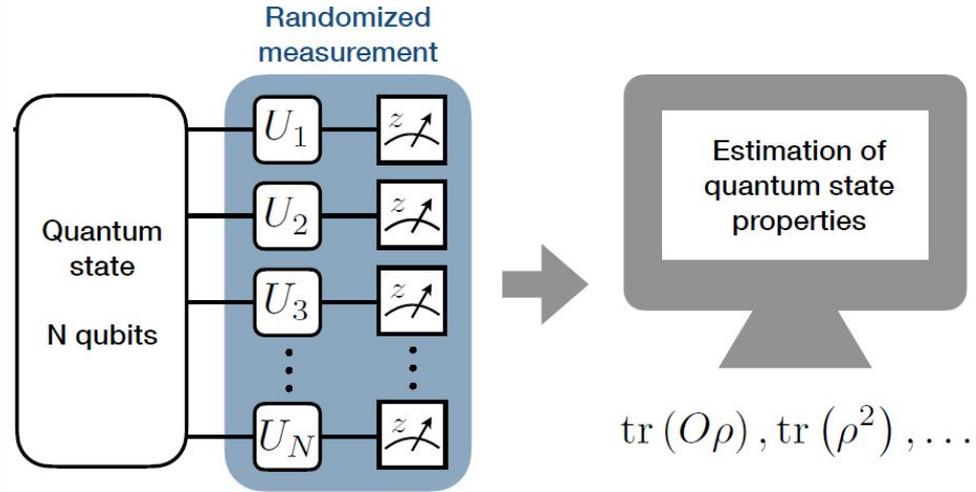
## **The randomized measurement toolbox**

[Andreas Elben](#), [Steven T. Flammia](#), [Hsin-Yuan Huang](#), [Richard Kueng](#), [John Preskill](#), [Benoît Vermersch](#) & [Peter Zoller](#) 

*Nature Reviews Physics* **5**, 9–24 (2023) | [Cite this article](#)

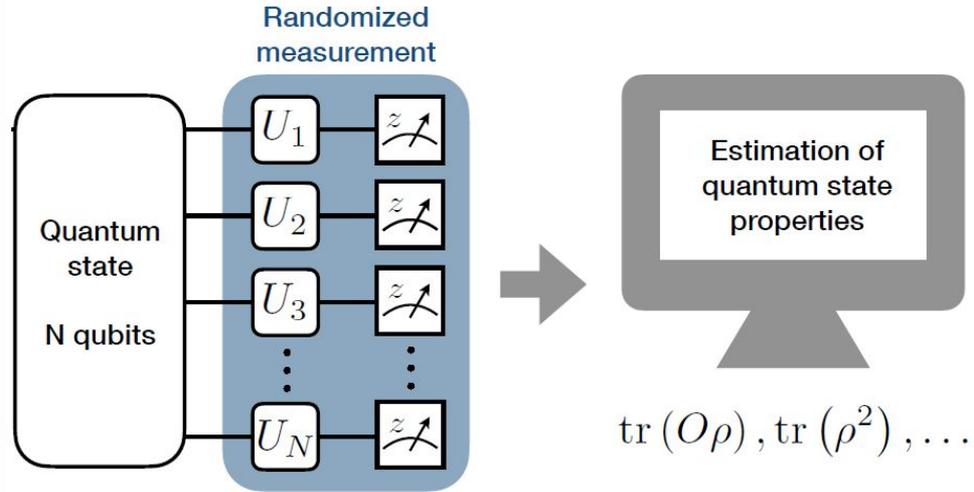
**3372** Accesses | **65** Citations | **47** Altmetric | [Metrics](#)

# Classical shadows



Elben, A., Flammia, S.T., Huang, H.Y. et al. *Nat Rev Phys* 5, 9-24 (2023).

# Classical shadows



Elben, A., Flammia, S.T., Huang, H.Y. et al. *Nat Rev Phys* 5, 9-24 (2023).

Medidas de Pauli:  $U \in \{H, HS^\dagger, \mathbb{I}\}$

# Classical shadows

- Aplicando transformações aleatórias ao estado, seguidas por medições na base computacional:

$$\rho \longrightarrow U\rho U^\dagger \longrightarrow |b\rangle\langle b|$$
$$|b\rangle = (1 - b, b)^T$$

# Classical shadows

- Aplicando transformações aleatórias ao estado, seguidas por medições na base computacional:

$$\rho \longrightarrow U\rho U^\dagger \longrightarrow |b\rangle\langle b|$$
$$|b\rangle = (1 - b, b)^T$$

- A partir dos resultados das medidas, o protocolo de pós processamento permite a estimativa de observáveis físicos:

$$\langle O \rangle = \text{Tr}(O\rho)$$

# Classical shadows

- Com o primeiro sorteio de uma unitária, podemos construir um estimador da matriz densidade:

$$\hat{\rho} = \bigotimes_{j=1}^n \left( 3U_j^\dagger \left| \hat{b}_j \right\rangle \left\langle \hat{b}_j \right| U_j - \mathbb{I}_2 \right)$$

onde  $n$  representa o número de qubits no sistema.

# Observáveis de Pauli

- Formados por produtos tensoriais de matrizes de Pauli:

$$O = \bigotimes_j^n P_j$$

- Calculando o valor esperado com os estimadores construídos anteriormente:

$$\langle O \rangle = \text{Tr}(O\rho) = \text{Tr} \left( \bigotimes_{j=1}^n P_j (3U_j^\dagger |b_j\rangle\langle b_j| U_j - \mathbb{I}) \right)$$

# Observáveis de Pauli

Podemos reescrever este valor esperado como

$$\langle O \rangle = \prod_{j=1}^n \text{Tr} \left( \frac{3}{2} (1 - 2b_j) P_j \sigma_j + \frac{1}{2} P_j \right)$$

# Observáveis de Pauli

Podemos reescrever este valor esperado como

$$\langle O \rangle = \prod_{j=1}^n \text{Tr} \left( \frac{3}{2} (1 - 2b_j) P_j \sigma_j + \frac{1}{2} P_j \right)$$

$$U_j = H \longrightarrow \sigma_j = \sigma_x$$

$$U_j = HS^\dagger \longrightarrow \sigma_j = \sigma_y$$

$$U_j = \mathbb{I} \longrightarrow \sigma_j = \sigma_z$$

## Observáveis de Pauli

$$\langle O \rangle = \prod_{j=1}^n \text{Tr} \left( \frac{3}{2} (1 - 2b_j) P_j \sigma_j + \frac{1}{2} P_j \right)$$

O traço dentro do produtório se resume a 3 casos possíveis:

- i 1, se  $P_j = \mathbb{I}$ .
- ii 0, se  $P_j = \sigma_k$ , com  $k \neq j$ .
- iii  $\pm 3$ , se  $P_j = \sigma_j$

## Observáveis de Pauli

Portanto, considerando apenas um sorteio aleatório, temos

$$\langle O \rangle = 3^w \prod_{\tilde{j}} (1 - 2b_{\tilde{j}})$$

onde o índice  $\tilde{j}$  percorre todos os casos onde há correspondência  $P_j = \sigma_j$  e  $w$  indica a localidade do observável.

# Observáveis de Pauli

Por fim, considerando  $M$  sorteios aleatórios,

$$\langle O \rangle = \frac{1}{\widetilde{M}} \sum_{\tilde{m}} \prod_{\tilde{j}} \left( 1 - 2b_{\tilde{j}}^{(\tilde{m})} \right)$$

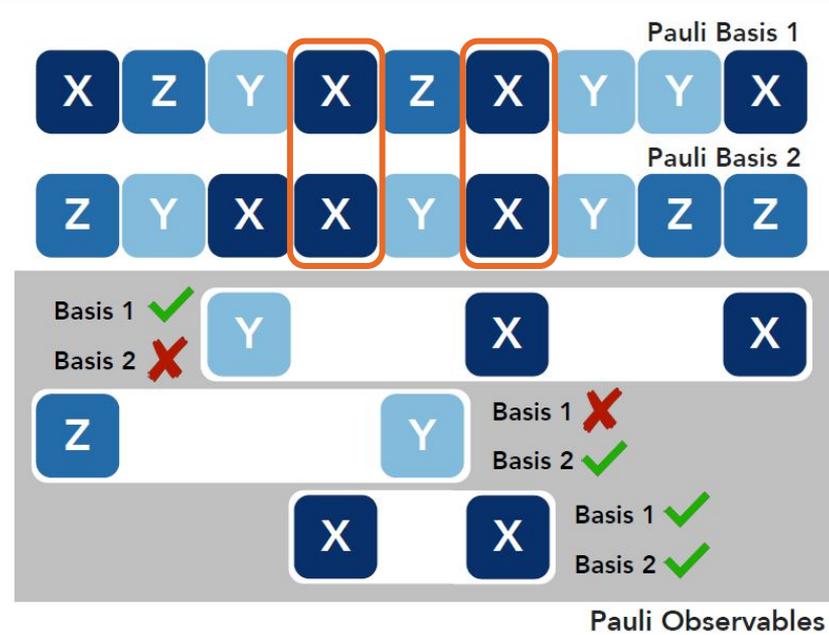
$\widetilde{M}$  indica o número de medidas para as quais ocorre a correspondência entre os operadores

# Exemplo

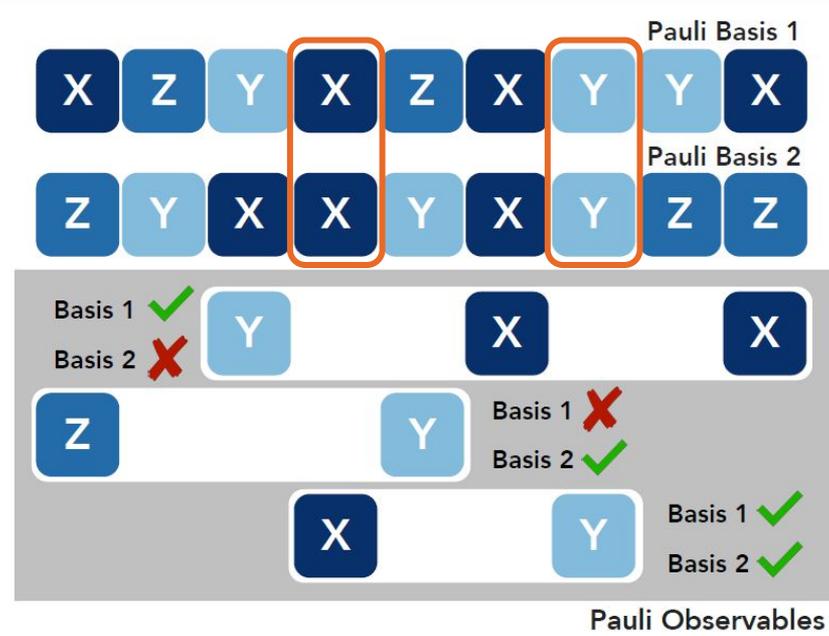


# Exemplo

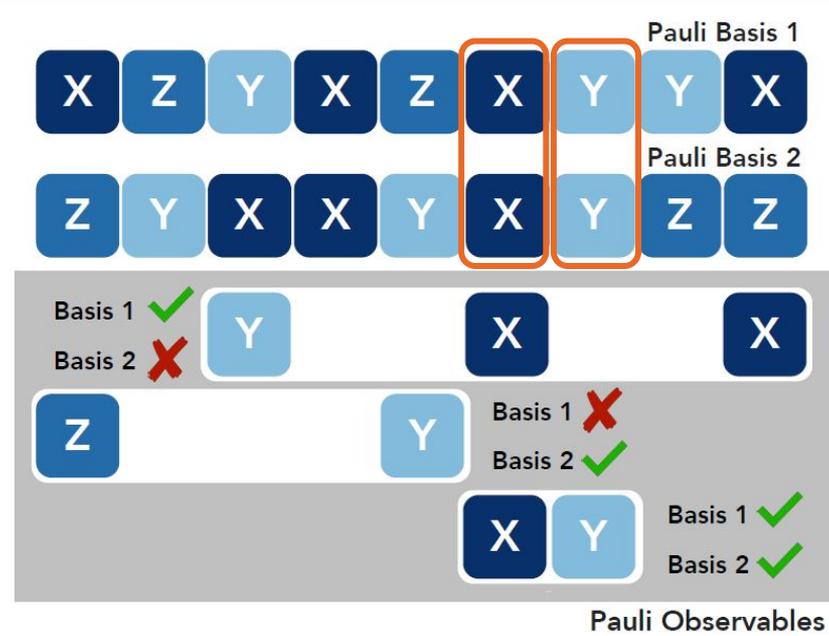
$$O = X_4 X_6$$



# Exemplo



# Exemplo



# Obrigado!

engsterjp@gmail.com

Tarefa Hackathon

Colab Notebook

Grupo Telegram